Rappresentazione delle Informazioni

Prof. Francesco Accarino
IIS Altiero Spinelli
Via Leopardi 132 Sesto San Giovanni

La rappresentazione delle Informazioni

Nella vita di tutti i giorni siamo abituati ad usare vari tipi di informazioni, di natura e forma diversa, così come siamo abituati a diverse rappresentazioni della stessa informazione

Esempio: un testi numeri suoni filmati disegni foto ecc

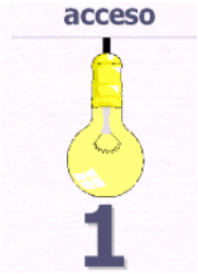
- Utiliziamo rappresentazioni equivalenti della stessa informazione e conosciamo meccanismi di trasformazione tra differenti rappresentazioni

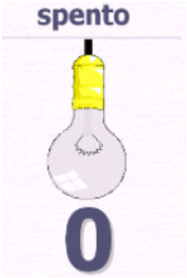
- La scelta della rappresentazione è in genere vincolata al tipo di utilizzo ed al tipo di operazioni che devono essere fatte sulle informazioni stesse

La rappresentazione delle Informazioni

I computer memorizzano ed elaborano le informazioni sotto forma di **bit (Binary Digit)**

- Un bit è l'unità di informazione base e può rappresentare due informazioni:
  - vero o falso
  - acceso o spento
  - ……

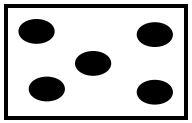




- Rappresentazione **binaria (o digitale). Il linguaggio di base** mediante il quale ogni informazione deve essere codificata è costituito da due soli simboli (**0 e 1**)

Sistema decimale posizionale (1)

- Un numero (es. 5) può essere rappresentato in molti modi :
  - cinque, *five, 5,* V, XXXXX …..



- Rappresentazioni diverse hanno proprietà diverse
  - moltiplicare due numeri in notazione romana è molto più difficile che moltiplicare due numeri in notazione decimale ….
- Noi siamo abituati a lavorare con numeri rappresentati in notazione posizionale in base 10

Sistema decimale posizionale (2)

- La rappresentazione di un numero intero in base 10 è una sequenza di cifre scelte fra 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Il valore di una rappresentazione

$$a_N \ldots a_0 \, , \, a_{-1} a_{-2} \ldots$$

è dato da:

$$a_N \cdot 10^N + a_{N-1} \cdot 10^{N-1} \ldots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0 + a_{-1} \cdot 10^{-1} + a_{-2} \cdot 10^{-2} + \ldots$$

- b= 10 è la base
- 10^i è il peso della cifra a_i nel valore del numero

- Sistema decimale posizionale

Sistema decimale posizionale (3)

- $253 = 2 \times 100 + 5 \times 10 + 3 \times 1$
  $= 2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10^0$

- $23{,}47 = 2 \times 10 + 3 \times 1 + 4 \times 0.1 + 7 \times 0.01 =$

$$2 \times 10 + 3 \times 1 + 4 \times (1/10) + 7 \times (1/100) =$$

$$2 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$$

Sistema decimale posizionale (4)

Alcune proprietà di questa notazione :

- Il massimo numero rappresentabile con N cifre è 99….9 (N volte 9, la cifra che vale di più), pari a 10^N-1
  - es: su tre cifre il massimo numero rappresentabile è 999 pari a 10^3-1 =1000-1

- Quindi se voglio rappresentare K diversi numeri (cioè *0 1 2 …K-1*) mi servono almeno *x* cifre dove 10^x è la più piccola potenza di 10 che supera K
  - es : se voglio 25 configurazioni diverse mi servono almeno 2 cifre perché 10^2=100 è la più piccola potenza di 10 maggiore di 25

Notazione posizionale in base 2 (1)

- La rappresentazione di un numero intero in base 2 è una sequenza di cifre scelte fra 0 1 :
  - es: 10, 110, 1
- Il valore di una rappresentazione

$$a_N \ldots a_0 \ , \ a_{-1} a_{-2} a_{-3} a_{-4} \ldots$$

è dato da

$$\mathbf{a_N} \cdot 2^N + \mathbf{a_{N-1}} \cdot 2^{N-1} \ldots + \mathbf{a_1} \cdot 2^1 + \mathbf{a_0} \cdot 2^0 + a_{-1} \cdot 2^{-1} + a_{-2} \cdot 2^{-2} + a_{-3} \cdot 2^{-3} + a_{-4} \cdot 2^{-4} + \ldots$$

- b= 2 è la base
- $\mathbf{2^i}$ è il peso della cifra $\mathbf{a_i}$ nel valore del numero
- Sistema binario posizionale

Notazione posizionale in base 2 (2)

Esempi :

- 10 = $1*2^1 + 0*2^0 = 2$
- 110 = $1*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 = 4 + 2 + 0 = 6$
- 1 = $1*2^0 = 1$

10 si legge 1 0 e non dieci !!!

Notazione posizionale in base 2 (3)

Per la base due valgono proprietà analoghe a quelle viste per la base 10 :

- Il massimo numero rappresentabile con N cifre è 11….1 (N volte 1, la cifra che vale di più), pari a 2^N-1
  - es: su tre cifre il massimo numero rappresentabile è 111 pari a 2^3-1 = 8 - 1 = 7
- Quindi se voglio rappresentare K diversi numeri (cioè *0 1 2 …K-1*) mi servono almeno almeno *x* cifre dove 2^x è la più piccola potenza di 2 che supera K
  - es : se voglio 25 configurazioni diverse mi servono almeno 5 cifre perché 2^5=32 è la più piccola potenza di 2 maggiore di 25

Conversione di interi
Base 10 → Base 2

- Successione di divisioni per 2 : termina quando il resto è 0
- Resti determinati in ordine inverso

es.:

13	6	3	1	0	**Quozienti**
	1	0	1	1	**Resti**

$$13_{10} = \mathbf{1101_2}$$

Conversione di interi

Base 2 → Base 10

- Somma pesata delle cifre binarie:

es.: $1101_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

$= 8 + 4 + 0 + 1$

$= \mathbf{13}_{10}$

Numeri binari interi: esempi

0	0	8	1000	16	10000
1	1	9	1001	17	10001
2	10	10	1010	18	10010
3	11	11	1011	…..	
4	100	12	1100		
5	101	13	1101		
6	110	14	1110		
7	111	15	1111		

Numeri binari interi: esempi(2)

$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$

$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$
$2^{11} = 2048$
$2^{12} = 4096$
...
$2^{16} = 65536$
...
$2^{24} \cong$ 16 milioni
...

Aritmetica binaria

- Necessità di codificare nel mondo dei numeri binari ogni operazione aritmetica.

- addizione: es.:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0 col riporto di 1

1 1 1	
0101 +	5_{10} +
0011 =	3_{10} =
1000	8_{10}

- Sottrazione

0-0=0
0-1=1
1-0=0
1-1=1 col prestito di 1 dalla cifra precedente

Aritmetica binaria (2)

- Moltiplicazione:

  es.: per 2, 2^2, 2^3, ... $\leftrightarrow$ ‘shift’ (traslazione) verso sx di 1, 2, 3 bit

  1101 x 100 = 110100

  (13 x 4 = 52)

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer

- Usa la notazione binaria
- Ogni numero viene rappresentato con un numero finito di cifre binarie (*bit*)
- Numeri di 'tipo' diverso hanno rappresentazioni diverse
  - es. interi positivi, interi (pos. e neg.), razionali, reali, complessi

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (1)

- Alcuni termini utili:
  - *byte* : una sequenza di 8 bit
  - *word* (parola) : 2 o 4 byte (dipende dalla macchina) unità minima che può essere fisicamente letta o scritta nella memoria
- Tipicamente gli interi positivi si rappresentano usando 2 o 4 byte
- Notazione

00110010

MLS (Most Significant Bit)

LSB (Least Significant Bit)

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (2)

- Alcuni punti importanti:
  - se uso 4 byte (32 bit) posso rappresentare solo i numeri positivi da 0 a 2^{32}-1, che sono molti ma non *tutti* !
  - se moltiplico o sommo due numeri molto elevati posso ottenere un numero che non è rappresentabile
    - es: vediamo cosa succede in base 10 con solo 3 cifre :

      500 + 636 = 1136 risultato <u>136</u>

    se uso solo 3 cifre non ho lo spazio fisico per scrivere la prima cifra (1) che viene 'persa', è un fenomeno chiamato *overflow*

```
  101 +          1 non trova spazio
  110 =
 1011
```

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (3)

- Interi positivi e negativi :
  - ci sono diverse convenzioni di rappresentazione
    - *modulo e segno* in cui il primo bit viene riservato al segno (1 negativo, 0 positivo) e gli altri 31 al modulo
    - *Complemento a due*
    - *Complemento a uno* (la trascuriamo)
  - rimane comunque il problema dell'overflow

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (4)

Numeri relativi

- Modulo e segno (es con 3 bit)

0 segno+
1 segno -

- codifica semplice
- operazioni aritmetiche più complesse

es.: +2 ↔ 010 e -2 ↔ 110

001 +	1 +
110 =	-2 =
111	-3

Errato!

Occorre differenziare tra i bit del numero e quelli di segno
Bisogna codificare in modo diverso le operazioni aritmetiche.

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (5)

- Complemento a due (es con 4 bit)

  es: +5 = 0101 -5 ??

- Partendo da +5 = 0101 si invertono gli 1 con gli 0 : 1010
- Si aggiunge 1: 1010 + 1 = 1011 = -5

  $- 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

  $= - 8 + 0 + 2 + 1 = -5$

Il primo bit non rappresenta solo il segno!

Non occorre più pertanto differenziare i bit.

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (6)

- Razionali
  - numero finito di cifre periodiche dopo la virgola (ad esempio 3.12 oppure 3.45$\underline{3}$
  - rappresentazione solitamente su 4/8 byte
  - rappresentazione in *virgola fissa* : riservo X bit per la parte frazionaria
  - es : con 3 bit per la parte intera e 2 per quella frazionaria 011.11, 101.01

Parte intera	Parte frazionaria

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (7)

- Come si converte in base 10 una rappresentazione in virgola fissa
  - es :

$101.01 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 + 0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} =$

$= 4 + 1 + 0.25 = 5.25$

dove $2^{-1} = 1/2 = 0.5$, $2^{-2} = 1/2^2 = 0.25$

e in generale $2^{-n} = 1/2^n$

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (8)

- Problemi della rappresentazione in virgola fissa
  - overflow
  - undeflow quando si scende al di sotto del minimo numero rappresentabile
    - es. vediamo in base 10, con 2 cifre riservate alla parte frazionaria 0.01 / 2 = 0.005 non rappresentabile usando solo due cifre

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (9)

- Problemi della rappresentazione in virgola fissa (cont.)
  - spreco di bit per memorizzare molti '0' quando lavoro con numeri molto piccoli o molto grandi
    - es. vediamo in base 10, con 5 cifre per la parte intera e 2 cifre riservate alla parte frazionaria

    10000.00 oppure 00000.02
  - i bit vengono usati più efficientemente con la notazione *esponenziale* o *floating point* (*virgola mobile*)

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (10)

- Rappresentazione in virgola mobile
  - idea : quando lavoro con numeri molto piccoli uso tutti i bit disponibili per rappresentare le cifre dopo la virgola e quando lavoro con numeri molto grandi le uso tutte per rappresentare le cifre in posizioni elevate
  - questo permette di rappresentare numeri piccoli con intervalli minori fra loro rispetto ai numeri grandi
  - questo riduce gli errori nel calcolo a parità di bit utilizzati

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (11)

- Rappresentazione in virgola mobile (cont.)
  - ogni numero N è rappresentato da una coppia (*mantissa* M, *esponente* E) con il seguente significato

    $$N = M * 2^E$$

  - esempi:

    1. in base 10, con 3 cifre per la mantissa e 2 cifre per l'esponente riesco a rappresentare

    $$349\ 000\ 000\ 000 = 3{,}49 * 10^{11}$$

    con la coppia (3.49,11) perché M = 3.49 ed E = 11

La rappresentazione dei numeri all'interno di un computer (12)

- Rappresentazione in virgola mobile (cont.)
  - esempi:

    2. in base 10, con 3 cifre per la mantissa e 2 per l'esponente riesco a rappresentare

    $$0.000\ 000\ 002 = 2.0 * 10^{-9}$$

    con la coppia (2.0,-9) perché M = 2.0 ed E = -9

  - sia 0.000 000 002 che 349 000 000 000 non sono rappresentabili in virgola fissa usando solo 5 cifre decimali !!!

Altre basi numeriche utilizzate

- Ottale (base8): { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (10↔8)
- Esadecimale (base 16): { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F} (10↔16)
- Usate perché semplici conversioni da base 2 a base 8 o 16:

Esempio: 111000110101_2

$$\underbrace{111}\ \underbrace{000}\ \underbrace{110}\ \underbrace{101} = 7065_8$$

$$\underbrace{1110}\ \underbrace{0011}\ \underbrace{0101} = E35_{16}$$

Ulteriore sistema di codifica dei numeri

BCD (Binary-Coded Decimal)

- Si codificano in binario (4 bit) le singole cifre decimali.
- es.: 254

$$\overbrace{0010}^{2}\ \overbrace{0101}^{5}\ .\ \overbrace{0100}^{4}$$

- nessun errore di conversione
- precisione dei calcoli decimali
- spreco di cifre
- usato nelle calcolatrici tascabili

Rappresentazione di un insieme finito di oggetti

- Vogliamo rappresentare i giorni della settimana :

  {Lu, Ma, Me, Gio, Ve, Sa, Do}

  usando sequenze 0 e 1
- Questo significa costruire un ‘codice’, cioè una tabella di corrispondenza che ad ogni giorno associa una opportuna sequenza
- In principio possiamo scegliere in modo del tutto arbitrario….

Rappresentazione di un insieme finito di oggetti (2)

- Una possibile codifica binaria per i giorni della settimana

Lunedì	0100010001
Martedì	001
Mercoledì	1100000
Giovedì	1
Venerdì	101010
Sabato	111111
Domenica	000001

Rappresentazione di un insieme finito di oggetti (3)

- Problema : la tabellina di corrispondenza fra codifiche tutte di lunghezza diversa
  - spreco di memoria
  - devo capire come interpretare una sequenza di codifiche
  - 110000011 = Me Gio Gio
  - 110000011 = Gio Gio Do Gio
- Soluzione

  si usa un numero di bit uguale per tutti : il minimo indispensabile

Rappresentazione di un insieme finito di oggetti (4)

- Per rappresentare 7 oggetti diversi servono almeno 3 bit (minima potenza di due che supera 7 è 8= 2^3) quindi :

000	Lunedì	110	Domenica
001	Martedì	111	*non ammesso*
010	Mercoledì		
011	Giovedì		
100	Venerdì		
101	Sabato		

Rappresentazione di caratteri e stringhe

- Tipologia di caratteri:
  - alfabeto e interpunzioni: A, B, .., Z, a, b, .., z, ;, :, “, ..
  - cifre e simboli matematici: 0, 1, ..., 9, +, -, >, ..
  - caratteri speciali: £, $, %, ...
  - caratteri di controllo: CR, DEL, ...
- Le stringhe sono sequenze di caratteri terminate in modo particolare.
- I caratteri sono un insieme finito di oggetti e seguono la strategia vista per i giorni della settimana

Rappresentazione di caratteri e stringhe (2)

- **ASCII** (*American Standard Code for Information Interchange*): Codice a 7 bit (standard)
- **ASCII** esteso a 8 bit (non standard)
- es.: A 01000001

  (00101000
- **UNICODE**: su 16 bit (65536 diverse configurazioni): più recente, permette di rappresentare anche alfabeti diversi e simboli per la scrittura di lingua orientali.

Rappresentazione di caratteri e stringhe (3)

- **ASCII a 7 bit**

I 7 bit sono suddivisi logicamente in 7 campi rispettivamente di 3 e 4 bit.

I primi tre bit rappresentano categorie di caratteri, mentre gli ultimi quattro servono a rispettare l' ordinamento dei caratteri all' interno di ogni categoria.

Rappresentazione di caratteri e stringhe (4)

- Categorie

1°bit	2°bit	3°bit	Caratteri rappresentati
0	1	0	simboli di punteggiatura, simboli speciali e di operazione
0	1	1	simbolo di =
0	1	1	numerali
1	0	0	maiuscole (A - O)
1	0	1	maiuscole (P - Z)
1	1	0	minuscole (a - o)
1	1	1	minuscole (p - z)

Rappresentazione di caratteri e stringhe (5)

- 4°, 5°, 6°, 7° bit
- Nei numerali sono costituiti dalla codifica in binario su 4 bit delle cifre decimali (codice BCD).
- Per i caratteri dell'alfabeto la codifica è tale da rispettare l'ordinamento alfabetico
- Esempi

b (2ª lettera) : $110\underbrace{0010}_{2}$ B: $100\underbrace{0010}_{2}$

Alterazione e correzione dei dati

- alterazione: 1 decodificato in 0 e viceversa
  - dei supporti di memorizzazione
  - nel corso della trasmissione
- Rilevazione e correzione
- Necessità di adeguati strumenti
- **ECC** (*Error Correcting Code*):
  - rilevazione dell'errore
  - correzione dell'errore
- realizzati a SW o HW

Semplice codice di rilevazione

- ASCII con bit di *parità*
  - 0 se numero di bit 1 pari
  - 1 se numero di bit 1 dispari

es.:

00110110	00110110	corretto
00110110	00100110	errore rilevato
00110110	00100010	errore non rilevato
Codifica	decodifica	

Questo codice riconosce un solo errore!

Alterazione e correzione dei dati(2)

- aumenta l'occupazione di memoria (parità: 20-25%)
- codici sofisticati per la rilevazione e la correzione di errori multipli
- **tasso d'errore dei bit** (*bit error rate*): numero di bit errati / numero di bit trasmessi in totale

Standardizzazione

- problemi notevoli derivanti dalla scelta di codifiche diverse da parte dei vari costruttori
- in tutti i settori della tecnologia
- problemi acuiti dal diffondersi degli scambi di informazione via rete
- necessità di definire standard di codifica
- organismi internazionali

Standardizzazione (2)

- **IEEE** (*Insitute of Electrical and Electronic Engineers*):
  IEEE 754-1985: rappresentazione dei numeri

- **ANSI** (*American National Standards Institute*):
  - ASCII: rappresentazione dei caratteri